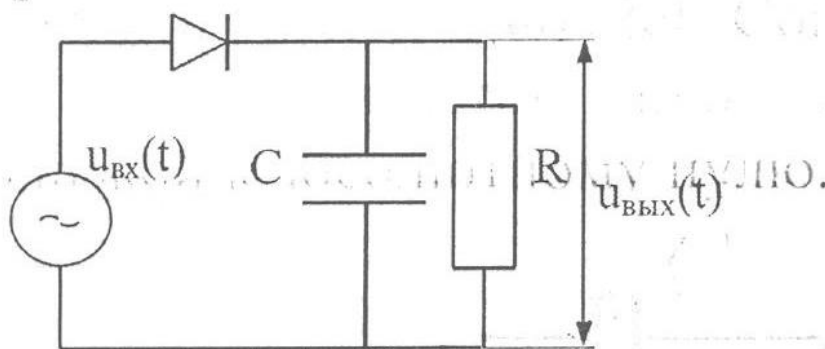


2. На схему, изображенную на рис., подается напряжение $U_{\text{вх}} = U_0 + U_1 \cos(\omega t)$.
 $U_0 = 1 \text{ В}$, $U_1 = 2 \text{ В}$, $\omega = 10^5 \text{ рад/с}$,
 $R = 1 \text{ МОм}$, $C = 1 \text{ нФ}$. Нарисуйте зависимость выходного напряжения от времени.



Отдельно рассмотрим два режима: открытого и закрытого диода.

Режим открытого диода: $U_{\text{вх}}(t) = U_{\text{дио́да}}(t) + U_Z(t)$. Где $U_Z(t)$, в частности, равно напряжению на конденсаторе.

Напряжение на диоде, когда он открыт, может быть только не превосходящее напряжения открытия. А у нас оно не указано. Значит, считаем, что напряжение на диоде 0.

А коли так, то $U_{\text{вх}}(t) = U_Z(t)$ и оно же, кстати, равно выходному напряжению.

Когда диод закрыт, то вся цепь – это RC-контур, и конденсатор разряжается.

Как быстро он разряжается? Подсчитаем время релаксации RC – в данной задаче это 10^{-3} секунд. Время релаксации – это время, за которое конденсатор разряжается в $e = 2,71828 \dots$ раз. А период колебаний входного напряжения гораздо меньше. Выход, что за время закрытия диода конденсатор будет успевать разрядиться всего чуть-чуть.

Условие открытия и закрытия диода – $U_{\text{вх}}(t)$ должно быть \geq напряжения на конденсаторе.

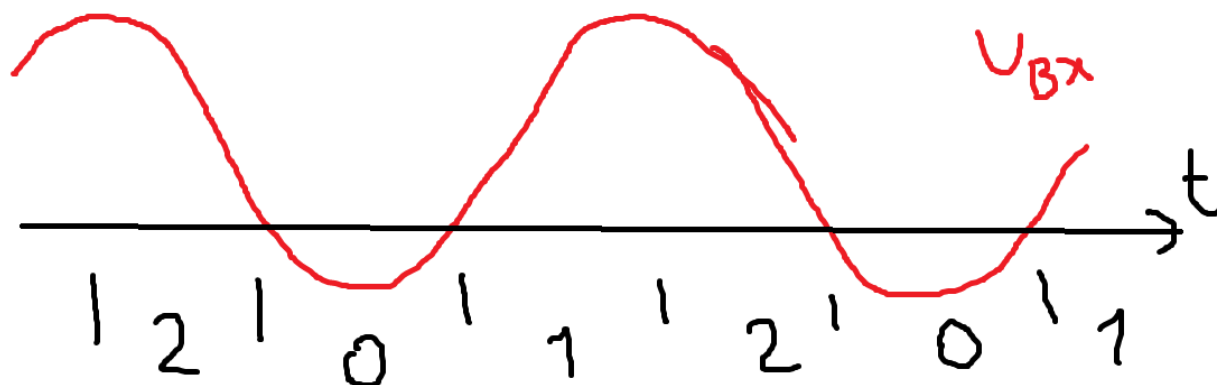
Будет происходить следующее:

Можем выделить три фазы:

0) $U_{\text{вх}}(t)$ отрицательно (т.е. против диода). Он закрыт, конденсатор чуть-чуть успевает разрядится.

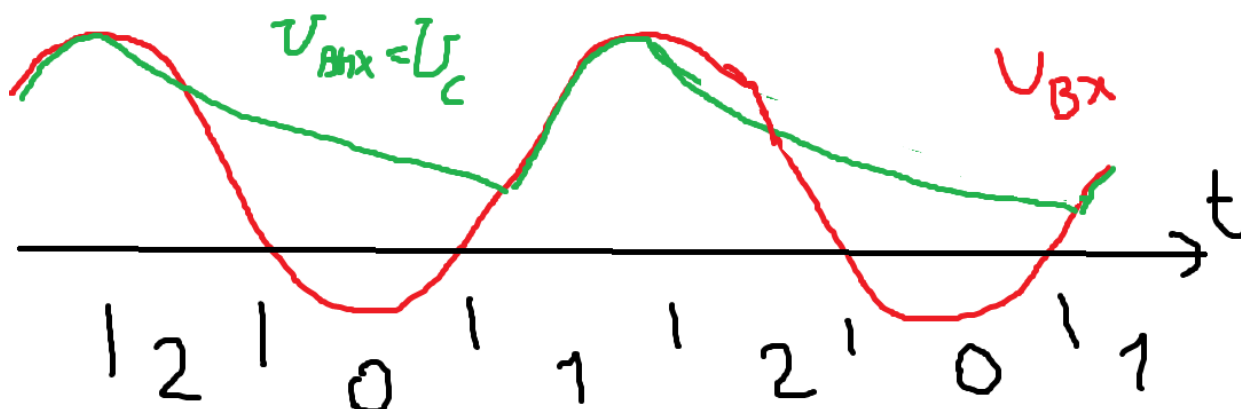
1) $U_{вх}(t)$ положительно и увеличивается. Тогда диод открыт, конденсатор заряжается.

2) $U_{вх}(t)$ положительно, но уменьшается. Ток должен был бы течь ПРОТИВ диода, что для него недопустимо и он закрыт. Конденсатор в это время разряжается.



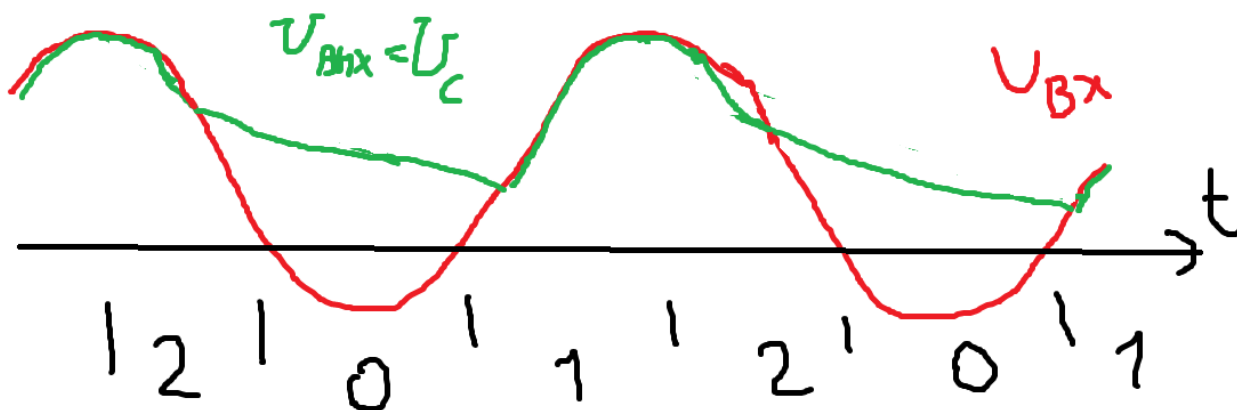
Снизу подписаны фазы.

В итоге картинка будет какой-то такой:



(вертикальный масштаб не соблюден, на самом деле конденсатор будет успевать разрядиться не на 2/3, как нарисовано, а на 1% где-то).

Моделирование показывает, что на самом деле диод открыт ещё небольшую начальную часть фазы 2. Всё-таки токи с конденсатора и через диод не одно и то же, у нас ещё есть резистор (справа на схеме), который немного продлевает таким образом время открытия диода:



Взглянем ещё раз на график. Как мы видим, зелёный график достаточно сильно колеблется, проседая вплоть до 0,5 от его максимального значения. Однако если мы нарисуем реальный график с данными численными параметрами, то его минимальное значение будет где-то 0,99 от максимального.

Таким образом, выходное напряжение будет практически постоянным. Ну а теперь, мы получили простейший выпрямитель. Для этого он и даётся в курсе радиофизики.

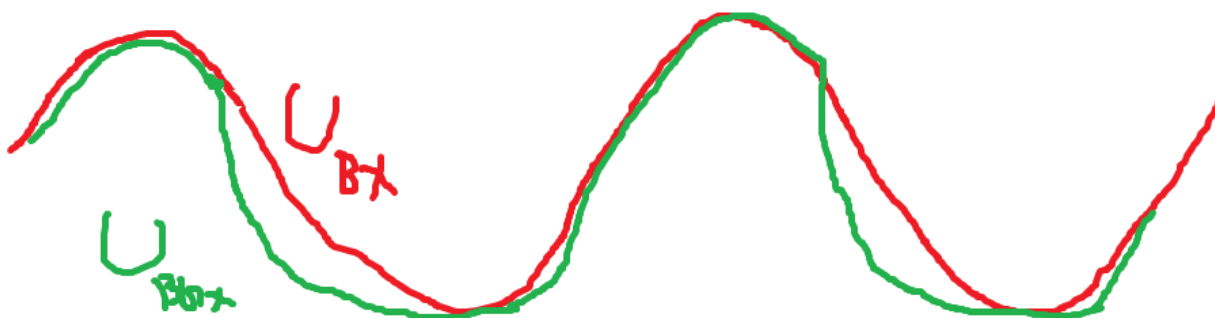
Ещё задача.

2. На схему, изображенную на рис., подается напряжение $U_{вх} = U_0 \cos(2\pi f t)$. $U_0 = 220 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $R = 1 \text{ МОм}$, $C = 1 \text{ мкФ}$, сопротивление диода в прямом направлении $R_d = 10 \text{ Ом}$. Нарисуйте зависимость выходного напряжения от времени. Как изменится график выходного напряжения, если на выход схемы подключить нагрузку $R_n = 1 \text{ кОм}$?

Предположим сначала, что 1 кОм нет, есть только 1 МОм .

Время релаксации будет 1 сек , т.е. конденсатор почти не будет успевать разрядиться за время закрытия диода.

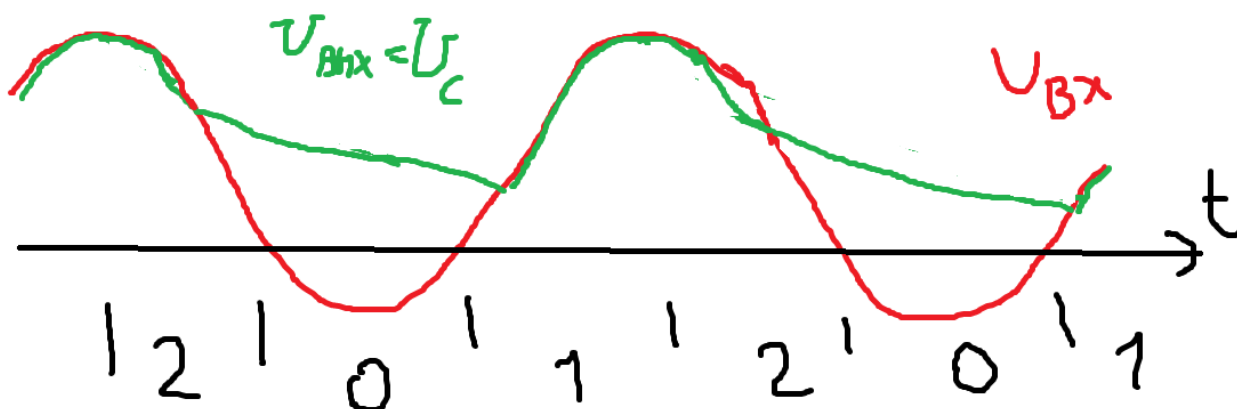
Рисуем ту же картинку, что и в прошлой задаче. Что меняет резистор 1 кОм ? Время релаксации уменьшается до 1 мс , а период $U_{вх}$, напомним, всего 50 Гц . То есть время закрытия диода конденсатор будет успевать разрядиться почти полностью – благодаря наличию менее сопротивляющегося резистора (не то что старый, на мегаОм который).



Пока $U_{вх}$ убывает по синусоиде, $U_{вых}$ убывает по экспоненте. Оно и раньше убывало по экспоненте, но теперь эта экспонента гораздо более резкая и

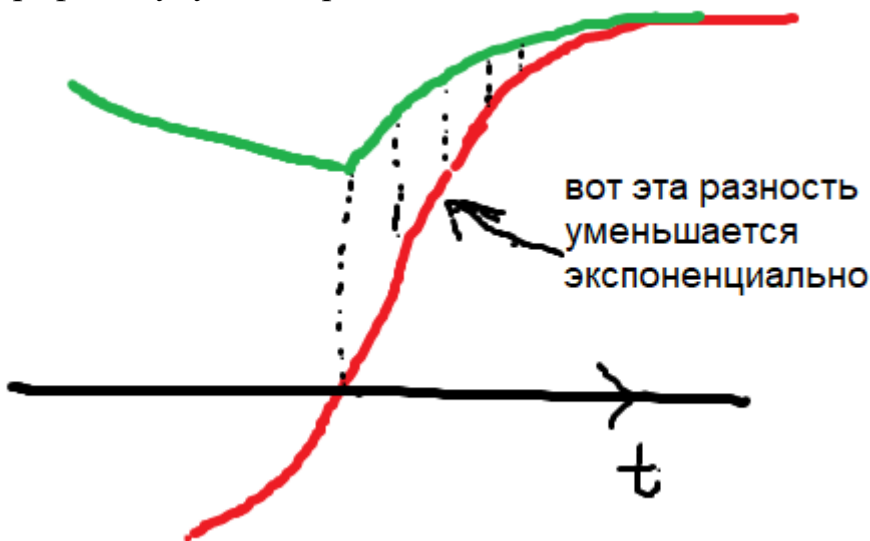
очень быстро разряжает конденсатор. Переживать за него не надо – уже скоро диод откроется и он будет заряжаться синхронно с входным напряжением.

Если вы заметили, мы ни разу не использовали собственное сопротивление диода. Оно нам не нужно вообще? Оно на самом деле вносит незначительную правку (если у вас мало времени – пропустите!). Вернёмся к графику



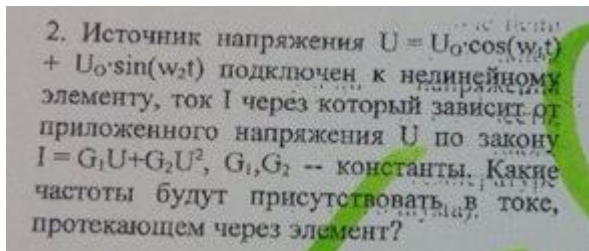
Я говорил, что при открытии диода зелёный и красный графики мгновенно совпадут. Если есть омическое сопротивление диода, то всё не совсем так. Диод откроется не в момент, когда совпадут зелёный и красный графики (как я говорил до этого), а когда красный пересечёт ось абсцисс снизу вверх. В это время зелёный будет находиться на некоей высоте.

Поначалу выходное и входное напряжение будут не равно, но этот эффект очень ненадолго: их разность экспоненциально падает, и очень быстро два графика будут идти рядом:



Вот эта начальная асинхронность вызвана как раз собственным омическим сопротивлением диода.

Задачи на нелинейные элементы.



Подставляем:

$$I = G_1 * (U_0 \cos(w_1 t) + U_1 \cos(w_2 t)) + G_2 * (U_0 \cos(w_1 t) + U_1 \cos(w_2 t))^2$$

Первое слагаемое даст нам частоты w_1 и w_2 . Интереснее второе. Надо возводить в квадрат. Применим формулу квадрата суммы:

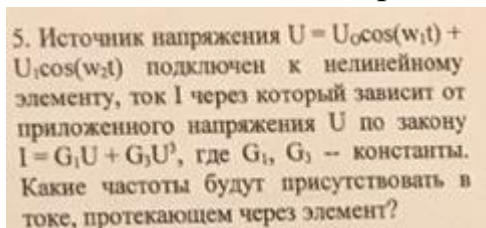
$$(U_0 \cos(w_1 t) + U_1 \cos(w_2 t))^2 = U_0^2 \cos^2(w_1 t) + U_1^2 \cos^2(w_2 t) + 2U_0 \cos(w_1 t) U_1 \cos(w_2 t).$$

Для первых двух слагаемых понижаем степень, а для третьего преобразуем произведение косинусов в сумму.

Когда мы будем понижать степень, аргумент удвоится и у нас в спектре появятся частоты $2w_1$ и $2w_2$. Когда мы будем преобразовывать произведение косинусов в сумму, то вылезут частоты $w_1 + w_2$ и $w_1 - w_2$. Последнюю лучше написать под модулем, потому что неясно, что больше - w_1 или w_2 .

Ответ: будут частоты w_1 и w_2 , $2w_1$ и $2w_2$, $w_1 + w_2$ и $|w_1 - w_2|$ - всего 6 частот.

Очень похожая задача, решается так же:



Подставляем:

$$I = G_1 * (U_0 \cos(w_1 t) + U_1 \cos(w_2 t)) + G_3 * (U_0 \cos(w_1 t) + U_1 \cos(w_2 t))^3$$

Первое слагаемое даст нам частоты w_1 и w_2 . Интереснее второе. Надо возводить в куб. Применим формулу куба суммы:

$$(U_0 \cos(w_1 t) + U_1 \cos(w_2 t))^3 = U_0^3 \cos^3(w_1 t) + U_1^3 \cos^3(w_2 t) + 3(U_0^2 \cos^2(w_1 t) U_1 \cos(w_2 t)) + U_0 \cos(w_1 t) U_1^2 \cos^2(w_2 t).$$

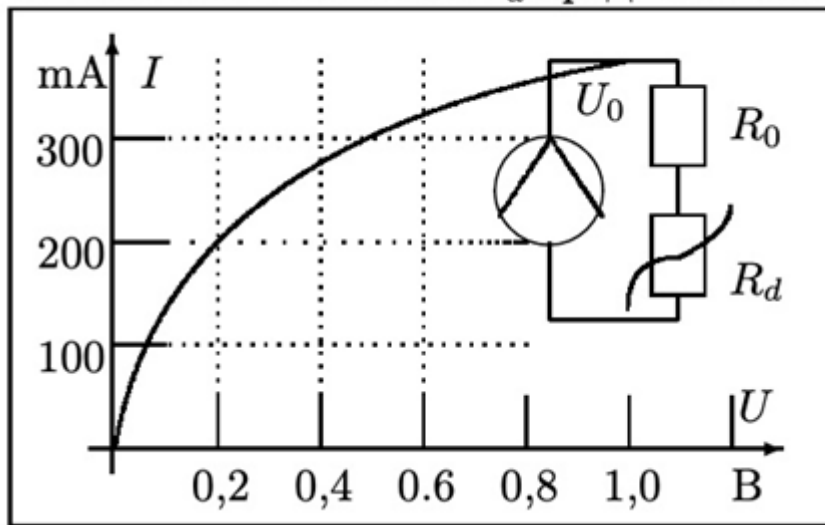
Применяем формулу косинуса тройного угла $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$, позволяющего понизить степень куба косинуса, у нас вылезет частота $3w_1$ и $3w_2$. Более интересно будет с $\cos^2(w_1 t) \cos(w_2 t)$. Здесь надо, во-первых, понизить степень у квадрата косинуса (получится $\frac{1}{2} * (1 + \cos(2w_1 t)) \cos(w_2 t)$), а во-вторых, вспомнить формулу произведения косинусов в сумму. Оттуда

вылезут частоты $2\omega_1 - \omega_2$ и $2\omega_1 + \omega_2$. А когда мы будем раскрывать $\cos(\omega_1 t)\cos^2(\omega_2 t)$, то оттуда аналогично вылезут частоты $2\omega_2 - \omega_1$ и $2\omega_2 + \omega_1$.
 Ответ: будут частоты ω_1 и ω_2 , $3\omega_1$ и $3\omega_2$, $|2\omega_1 - \omega_2|$ и $2\omega_1 + \omega_2$, $|2\omega_2 - \omega_1|$ и $2\omega_2 + \omega_1$.

Ещё задача.

18. Найти ток I в цепи, если $U_0 = 0,6$ В, сопротивление $R_0 = 2$ Ом, а вольт-амперная характеристика

нелинейного элемента R_d представлена на графике.

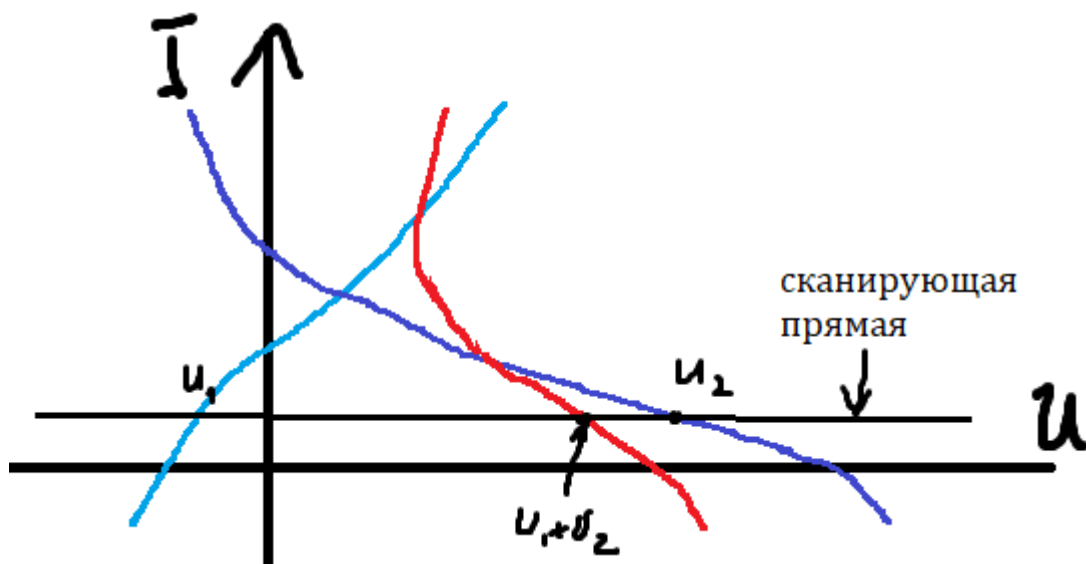


Если бы нелинейный элемент был включён в цепь без R_0 , то задача бы свелась к поиску на графике точки 0,6 В. Но у нас ещё есть R_0 . А можем ли мы нарисовать ВАХ последовательно соединённых нелинейного элемента и R ? Тогда мы на ней так же найдем точку с абсциссой 0,6 В, а ордината той точки будет нам ответом.

Итак, нам нужно научиться складывать ВАХи!

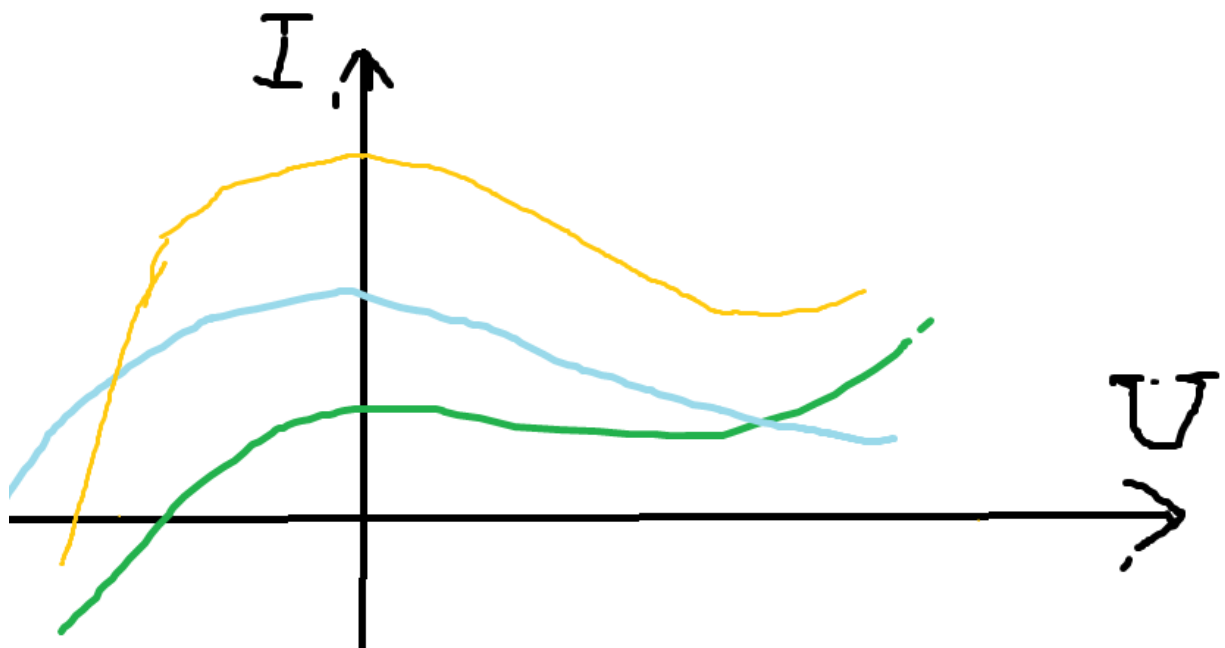
Пусть у нас есть два графика $I_1(U)$ и $I_2(U)$.

Если элементы подключены последовательно, то сложить нужно напряжения. Поэтому мы сканируем плоскость движением горизонтальной планки-прямой: для каждой силы токи суммируем напряжения:



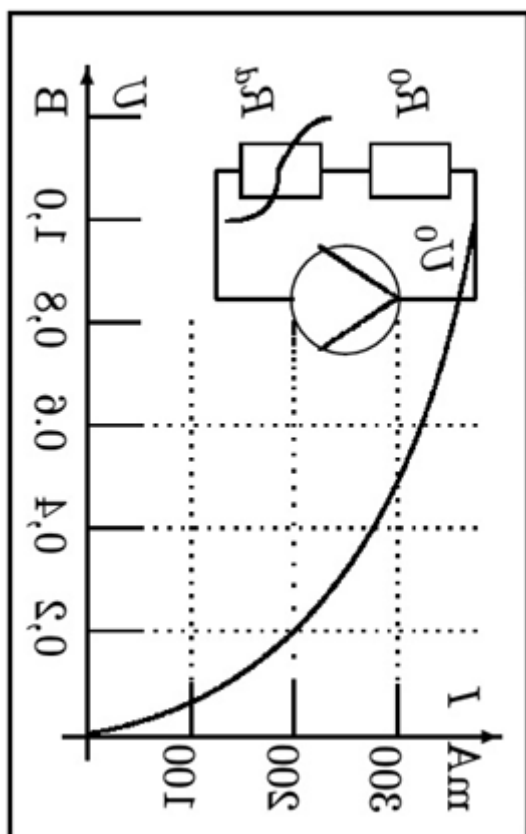
Голубой и синий – исходные графики, красный – конечный. Сканирующая прямая, двигаясь вертикально, проходит всю плоскость

Если элементы подключены параллельно, то сложить нужно две силы тока. Поэтому мы сканируем плоскость движением вертикальной прямой: для каждого напряжения суммируем две силы тока:

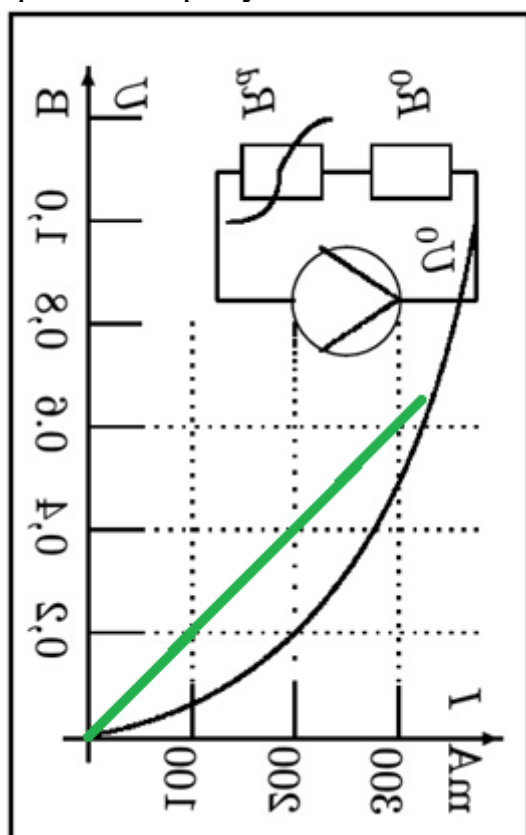


Этот случай проще для понимания: тут просто мы складываем две функции. Случай последовательного соединения тоже можно трактовать как сложение двух функций, только там сперва надо картинку повернуть на 90 градусов, сложить, а потом повернуть обратно.

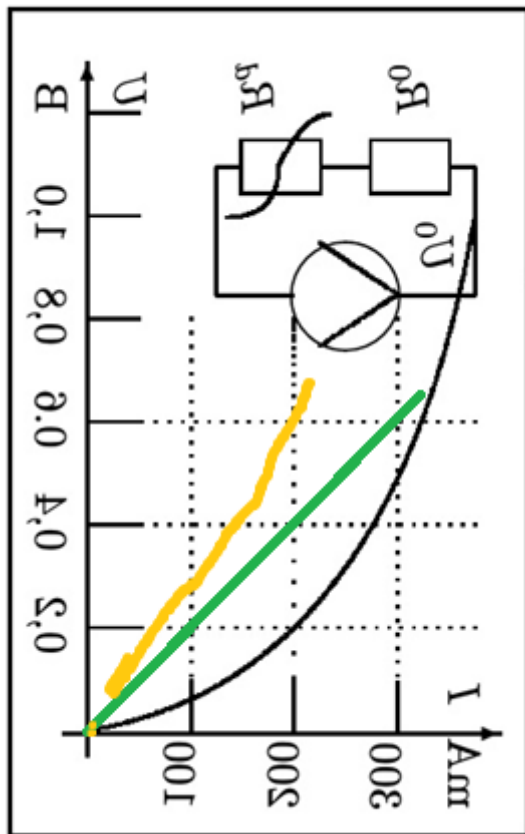
Давайте это и сделаем. Повернём ВАХ в нашей задаче:



Изобразим на ней ВАХ двухомового резистора. При 100 мА он даст 0,2 В.
Проводим прямую линию:



Складываем два графика:



О-па, мы видим, что при 200 мА у нас оранжевый график проходит через 0,6 В (0,4 В даёт R_0 , 0,2 В нелинейный элемент). Вот и получаем, что при 200 мА у нас достигается 0,6 В. Ответ: 200 мА.